

Задание 1:

Найдите количество целых чисел, удовлетворяющих неравенству

$$\frac{(x^2-4)(x-4)(x-2)}{x^2-121} \leq 0$$

Если таких чисел бесконечно много, запишите в ответ число -1 .

Find the number of integers satisfying the inequality

$$\frac{(x^2-4)(x-4)(x-2)}{x^2-121} \leq 0$$

If there are infinitely many of such numbers, then write down the number -1 as the answer.

Задание 2:

O_1O_2 – ось прямого кругового цилиндра. Плоскость α_1 перпендикулярна O_1O_2 , а плоскость α_2 параллельна прямой O_1O_2 и находится на расстоянии 6 от нее, причем площади сечений

цилиндра плоскостями α_1 и α_2 равны соответственно 61π и π . Найдите объем цилиндра.

O_1O_2 is an axis of a straight circular cylinder. The plane α_1 is perpendicular to O_1O_2 and the plane α_2 is parallel to the line O_1O_2 and is located at a distance of 6 from it. Cross-sectional areas

of the cylinder by planes α_1 and α_2 are equal to 61π and π , respectively. Find the volume of the cylinder.

Задание 3:

Найдите сумму всех попарных произведений различных корней уравнения

$$x^2 - 18x + \frac{252}{x} + \frac{196}{x^2} + 37 = 0$$

Если уравнение имеет не более одного корня, запишите в ответ число 0.

Find the sum of all pairwise products of different roots of the equation

$$x^2 - 18x + \frac{252}{x} + \frac{196}{x^2} + 37 = 0$$

If the equation has one root or no real roots, then write down the number 0 as the answer.

Задание 4:

Найдите количество корней уравнения

$$(\cos 9\pi x + 1)^2 + (2\cos 10\pi x + 1)^2 = 0$$

при условии $x \in [-37.8; -22.5]$

Find the number of roots of the equation

$$(\cos 9\pi x + 1)^2 + (2\cos 10\pi x + 1)^2 = 0$$

while $x \in [-37.8; -22.5]$

Задание 5:

Дан квадратный трехчлен $f(x) = 3x^2 + bx + 12$

Известно, что касательные к графику $f(x)$, проходящие через начало координат, пересекаются под углом $\arctg(-2)$. Найдите b^2 .

There is a function $f(x) = 3x^2 + bx + 12$ given.

It is known that the tangent lines to the graph of $f(x)$ that pass through the origin are intersecting at the angle of $\arctan(-2)$. Find the value of b^2 .

Задание 6:

В треугольнике $\triangle ABC$ точка М — центр вписанной окружности, и биссектриса угла $\angle ABC$ пересекает описанную окружность в точке К.

Найдите длину отрезка МК, если $\cos \angle ABC = \frac{7}{18}$, $AC = 70$

In the triangle $\triangle ABC$ the point M is the center of the inscribed circle. The bisector of the angle $\angle ABC$ intersects the circumcircle of $\triangle ABC$ at the point K.

Also $\cos \angle ABC = \frac{7}{18}$, $AC = 70$

Find the distance between M and K.

Задание 7:

Найдите количество целых чисел, удовлетворяющих неравенству

$$\frac{x^3 + x^2}{(7-x)(x^2 - 81)} \geq 0$$

Если таких чисел бесконечно много, запишите в ответ число -1 .

Find the number of integers satisfying the inequality

$$\frac{x^3 + x^2}{(7-x)(x^2 - 81)} \geq 0$$

If there are infinitely many of such numbers, then write down the number -1 as the answer.

Задание 8:

O_1O_2 – ось прямого кругового цилиндра. Плоскость α_1 перпендикулярна O_1O_2 , а плоскость α_2 параллельна прямой O_1O_2 и находится на расстоянии 5 от нее, причем площади сечений цилиндра плоскостями α_1 и α_2 равны соответственно 61π и $\frac{60}{\pi}$.

Найдите объем цилиндра.

O_1O_2 is an axis of a straight circular cylinder. The plane α_1 is perpendicular to O_1O_2 and the plane α_2 is parallel to the line O_1O_2 and is located at a distance of 5 from it. Cross-sectional areas of the cylinder by planes α_1 and α_2 are equal to 61π and $\frac{60}{\pi}$, respectively.

Find the volume of the cylinder.

Задание 9:

Найдите сумму всех различных корней уравнения

$$x^2 - 6x + \frac{36}{x} + \frac{36}{x^2} - 7 = 0$$

Если уравнение не имеет корней, запишите в ответ число 0.

Find the sum of all different roots of the equation

$$x^2 - 6x + \frac{36}{x} + \frac{36}{x^2} - 7 = 0$$

If the equation has no real roots, then write down the number 0 as the answer.

Задание 10:

Найдите количество корней уравнения

$$(\cos 12\pi x - 1)^2 + (2\cos 7\pi x - \sqrt{3})^2 = 0$$

при условии $x \in [-13.4; -2.2]$

Find the number of roots of the equation

$$(\cos 12\pi x - 1)^2 + (2\cos 7\pi x - \sqrt{3})^2 = 0$$

while $x \in [-13.4; -2.2]$.