

TEST ON MATHEMATICS

Ответом к каждой задаче служит целое число или десятичная дробь, округленная до тысячных.
The answer to each task is an integer or a decimal rounded to three decimal places.

Task 1.

Автомобиль проехал половину пути с постоянной скоростью, затем мгновенно увеличил ее на 15 км/ч и завершил дистанцию, больше не изменяя скорость. Средняя скорость автомобиля на всем пути оказалась равна 112 км/ч. Найдите его скорость на первой половине пути, ответ дайте в км/ч.

A car traveled half the way at a constant speed, then instantly increased it by 15 km/h and completed the distance without changing the speed anymore. The average speed of the car along the way is 112 km/h. Find its speed in the first half of the way and give the answer in km/h.

Task2.

На турнир по футболу города N вышли восемь команд, среди них – команды «Быки» и «Медведи». Все команды случайным образом разбиваются на пары (см. турнирную таблицу), победитель в каждой паре выходит в полуфинал, победивший в полуфинале выходит в финал и т.д. Каждая игра заканчивается победой одной из команд.

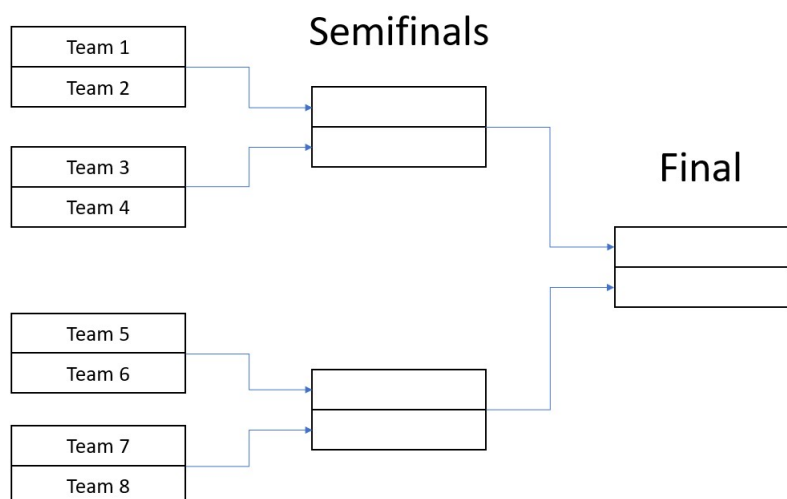
Известно, что вероятность победы команды «Быки» в игре с любой командой, кроме «Медведей», постоянна и равна 0.7; аналогичная вероятность для команды «Медведи» равна 0.8.

Найдите вероятность того, что «Быки» и «Медведи» встретятся в финале.

Eight teams took part in the soccer tournament in the town N . Among them are the teams named «Bulls» and «Bears». All teams are randomly divided into pairs (see the tournament table below), the winner in each pair goes to the semifinals, the winner in the each semifinals goes to the final, etc. Each game ends with the victory of one of the teams.

It is known that the probability of the victory of the «Bulls» in the game with any team (except the «Bears») is constant and equal to 0.7; the similar probability for the team «Bears» is 0.8.

Find the probability that the «Bulls» and «Bears» will meet in the final.



Task 3.

На сторонах AD и CD параллелограмма $ABCD$ выбраны соответственно точки K и L так, что $\frac{AK}{KD} = \frac{3}{5}$, $\frac{CL}{LD} = \frac{2}{3}$. Отрезки CK и BL пересекаются в точке T .

Найдите отношение $\frac{KT}{TC}$.

On the sides AD and CD of the parallelogram $ABCD$ there are points K and L , respectively, so that $\frac{AK}{KD} = \frac{3}{5}$, $\frac{CL}{LD} = \frac{2}{3}$. The segments CK and BL intersect at the point T . Find the ratio of $\frac{KT}{TC}$.

Task 4.

Плоское сечение куба – правильный шестиугольник. Найдите площадь этого сечения, если ребро куба равно $2 \cdot \sqrt[4]{3}$.

Cross-section of a cube by a plane is a regular hexagon. Find the area of this hexagon while the edge of the cube is $2 \cdot \sqrt[4]{3}$.

Task 5.

Найдите наименьший корень уравнения

$$(5 - \log_{\frac{1}{81}}(x^2 + 18))^{\log_{5/2} 2} = 4$$

Если уравнение не имеет действительных корней, запишите в ответ число 0.

Find the smallest root of the equation

$$(5 - \log_{\frac{1}{81}}(x^2 + 18))^{\log_{5/2} 2} = 4$$

If the equation has no real roots, then write down the number 0 as the answer.

Task 6.

Найдите сумму всех β , при которых корни многочлена $x^3 + 7x^2 - 42x + \beta$ образуют геометрическую прогрессию. Если таких чисел нет, либо их бесконечно много, запишите в ответ число 0.

The roots of the polynomial $x^3 + 7x^2 - 42x + \beta$ form a geometric series.

Find the sum of all such β . If there are no such numbers or infinitely many of them, then write down number 0 as the answer.